

СТРУКТУРНАЯ ИОННО-ЗВУКОВАЯ ПЛАЗМЕННАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ КАК АВТОМОДЕЛЬНЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС

Н.Н.Скворцова, Н.К.Харчев, К.А.Сарксян

*Институт общей физики РАН
117942 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 мая 1999 г.

После переработки 21 июня 1999 г.

Показано, что экспериментально исследованная структурная ионно-звуковая плазменная турбулентность является автомодельным стационарным вероятностным процессом. Параметр автомодельности определяется двумя временными закономерностями: неслучайным характером появления в плазме нелинейных структур (нелинейных ионно-звуковых солитонов) и нелинейным взаимодействием между ними. При удалении от порога ионно-звуковой токовой неустойчивости автомодельный случайный процесс стремится к гауссовому случайному процессу, но экспериментально такой предельный переход не был достигнут. Доказательство автомодельной природы плазменной структурной турбулентности удалось получить благодаря возможности записи сверхдлинных временных реализаций флуктуаций сигнала плазменного процесса и их обработки методом R/S -анализа.

PACS: 52.25.Fi, 52.35.Ra, 52.55.Hc

Уже многие годы внимание исследователей в области физики плазмы привлечено к изучению природы ионно-звуковой плазменной турбулентности; к настоящему времени теоретическому описанию данного явления посвящены отдельные главы во многих книгах, в качестве примера приведем две книги, годы издания которых разделены более чем 30-летним интервалом [1, 2]. Одновременно с теоретическими исследованиями проводились и экспериментальные исследования ионно-звуковой турбулентности, сложность проведения которых заключалась в необходимости измерения множества статистических параметров турбулентности (корреляционных, спектральных и т.д.) для сравнения с теоретическим описанием. Поэтому в первых экспериментах определялись, как правило, средние величины, которые связывались с интенсивностью турбулентности. Например, была выполнена известная оценка аномального сопротивления плазмы в работе Завойского [3]. Оценка же статистических параметров турбулентности была затруднена необходимостью измерения и обработки больших массивов флуктуационных данных. Поэтому к изучению реальной структуры ионно-звуковой турбулентности приступили лишь после проведения автоматизации сбора и обработки экспериментальных данных в конце 80-х годов. К настоящему времени на нескольких экспериментальных установках проводятся исследования ионно-звуковой плазменной турбулентности на основе анализа ее турбулентных параметров [4–6]. Так, в [4, 5] экспериментальный анализ ионно-звуковой турбулентности, источником которой была ионно-звуковая токовая неустойчивость, показал, что турбулентность является сильной, содержащей структуры, статистически устойчиво существующие в плазме по определенным закономерностям. До 20–30% полной энергии турбулентности приходилось на коррелированные в пространстве и во времени структуры. Структуры нелинейно взаимодействуют между собой по типу "распада" и "слияния", образуя устойчивый стационарный частотный спектр турбулентности. Наблюдаемые структуры имеют природу нелинейных

ионно-звуковых солитонов, и предложено было назвать исследуемый тип турбулентности структурной ионно-звуковой турбулентностью. Структурная ионно-звуковая турбулентность существует в широких пределах изменения макропараметров плазмы. В эксперименте при приближении к порогу неустойчивости не удалось осуществить режима, в котором ионно-звуковая турбулентность существовала бы в виде слабой турбулентности, а при удалении от порога неустойчивости не удалось осуществить режима, в котором ионно-звуковая турбулентность стала бы бесструктурной. Плотность распределения вероятности амплитуд флуктуационных сигналов отличались от нормального распределения плотности вероятности. Такое же отличие от нормального распределения плотности вероятности было измерено в [6]. Таким образом, остался открытым вопрос о типе процесса, развивающемся в наблюдаемой плазменной турбулентности и о статистической модели, которая соответствовала бы зарегистрированным распределениям плотности вероятности. Число потенциально возможных моделей распределения чрезвычайно велико, практически относительно небольшое их число находится на особом положении – либо потому, что они обладают желательными математическими свойствами, либо потому, что хорошо описывают какую-либо часть действительности, либо в силу обеих этих причин [7]. Перечисленные выше новые экспериментальные данные не могут быть описаны нормальным (гауссовым) распределением плотности вероятности, а присутствие в автокорреляционной функции флуктуирующих величин долгоживущей компоненты [4] указывает на автомодельный случайный процесс. Важно отметить, что в ранее выполненных экспериментах по изучению ионно-звуковой турбулентности не ставилась задача выяснить связь между наблюдающимися структурными образованиями, поскольку не было возможности обеспечить запись сверхдлинных временных реализаций, без которых невозможно выявить с достоверной степенью точности дальние корреляторы. В условиях нашего эксперимента на установке ТАУ-1 [8] имеется возможность измерения сверхдлинных временных реализаций, что позволило провести сравнение исследуемого процесса с автомодельным. Доказательству существования структурной ионно-звуковой турбулентности в виде стационарного случайного автомодельного процесса и посвящена настоящая работа.

Стационарные вероятностные процессы, для которых дисперсия среднего убывает как $n^{-\alpha}$ при любом α между 0 и 2, были открыты Колмогоровым в 1941 г. [9]. Эти процессы получили название автомодельные процессы. Мандельброт [10] в середине 60-х ввел автомодельные процессы в некоторые области статистических приложений, обосновал их применение в гидрологии и геофизике. Мандельброт назвал параметр автомодельности или параметр дальнодействующей зависимости параметром Херста¹⁾ $H = 1 - \alpha/2$. Этот параметр может изменяться от 0 до 1 для стационарных приращений; $H = 0.5$ соответствует независимости событий наблюдаемого процесса, $H > 0.5$ – соответствует положительной корреляции, $H < 0.5$ – отрицательной корреляции. Автомодельные процессы $X(t)$ на вещественной оси характеризуются следующим свойством: при изменении временного масштаба на множитель $\alpha > 0$ все конечномерные распределения изменятся на множитель α^H . Изучение автокорреляционных функций автомодельных процессов достаточно сложно, потому что при малости индивидуальных корреляций их сумма стремится к бесконечности, что влечет за собой бесконечную память и необходимость учиты-

¹⁾ В честь ученого (H.E.Hurst, 1951), эмпирически описавшего существование долгоживущих корреляций между уровнями воды при разливах Нила (пример автомодельного процесса в гидрологии).

вать корреляцию между далеким прошлым и отдаленным будущим. Существует несколько методов исследования параметра Херста автомодельного процесса: при помощи коррелограммы, спектральной функции дисперсии как функции времени, метода максимального правдоподобия и метода Мандельброта. В физике плазмы метод, предложенный Мандельбротом, был использован для анализа турбулентных колебаний пристеночной турбулентности в тороидальных установках в работе Каррераса и др. в 1998 г. [11]. В основе этого метода лежит R/S -анализ, где R/S – это размах процесса накопления, деленный на стандартное отклонение процесса приращения для некоторого промежутка времени $(s, s + t)$, s – произвольный начальный момент времени, величины R и S определены ниже. В первом приближении точки графика логарифма отношения R/S относительно логарифмов времени для большого числа различных промежутков времени концентрируются вокруг прямой линии с наклоном H . Алгоритм расчета зависимости R/S от времени соответствует расчетам работы [11]. Для временной дискретной серии плазменного флуктуационного сигнала длиной n , $X \equiv \{X_t : t = 1, 2, \dots, n\}$ со средним значением $\bar{X}(n)$ и среднеквадратичным значением $S^2(n)$, отношение R/S определяется следующим образом:

$$\frac{R(n)}{S(n)} = \frac{\max(0, W_1, W_2, \dots, W_n) - \min(0, W_1, W_2, \dots, W_n)}{\sqrt{S^2(n)}},$$

где $W_k = X_1 + X_2 + \dots + X_k - k\bar{X}(n)$. Тогда параметр Херста определяется из математического ожидания этого отношения $E[R(n)/S(n)] \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \lambda n^H$.

Как уже отмечалось выше, эксперимент был выполнен на установке ТАУ-1. Аргонная плазма в виде цилиндрического столба диаметром 4 см и длиной 100 см создавалась в однородном магнитном поле напряженностью ≤ 800 Э стационарным низкоэнергетическим пучком электронов с энергией $E_b = 60 \div 150$ эВ при давлении аргона $p = (2 \div 4) \cdot 10^{-4}$ торр. Концентрация плазмы поддерживалась на уровне $n = (0.9 \div 1.2) \cdot 10^{10}$ см $^{-3}$. Температура электронов составляла $T_e = 5 \div 7$ эВ при ионной температуре $T_i \approx 0.1T_e$. Ранее на этой установке было проведено исследование структурной ионно-звуковой турбулентности [4, 5]. Соотношение характерных частот в плазме было следующее: $\nu < \Omega_{ci} < \omega_{dr} < \omega_s \leq \omega_{Li} \ll \Omega_{ce}, \omega_{Le}$, где Ω_{ci} , Ω_{ce} – гирочастоты ионов и электронов, ω_{Li} , ω_{Le} – ионная и электронная плазменные частоты, ω_{dr} и ω_s – дрейфовая и ионно-звуковая частоты. Характерные частотные интервалы (для $f = \omega/2\pi$), в которых существуют плазменные колебания в эксперименте: $f_{ci} - 10-15$ кГц; $f_{dr} - 20-60$ кГц; $f_s - 0.1-(4-5)$ МГц; $f_{Li} - 4-5$ МГц; $f_{ce}, f_{Li} - 1-1.5$ ГГц. Измерения амплитуд турбулентных сигналов производились ленгмюровскими зондами, которые находились в режиме плавающего потенциала для измерения флуктуаций потенциала плазмы. Коэффициенты автокорреляции и параметр Херста определялись из временных записей данных флуктуаций потенциала: длина записи одной временной серии достигала 128 тысяч точек, характерная частота оцифровки данных – 10 МГц. Все данные, которые будут представлены в настоящей статье, получены при стационарных макропараметрах плазмы на установке ТАУ-1. Стационарный режим в плазме мог поддерживаться в течение 3–5 ч без изменения магнитного поля, давления газа, тока пучка, средней плотности плазмы, температуры электронов и т.д. Поэтому количество реализаций, которые могли составить ансамбль изучаемого ионно-звукового турбулентного процесса, практически неограниченно.

На рис.1 приведен характерный вид временной серии стационарного сигнала (а) ионно-звуковой структурной плазменной турбулентности, записанный с произволь-

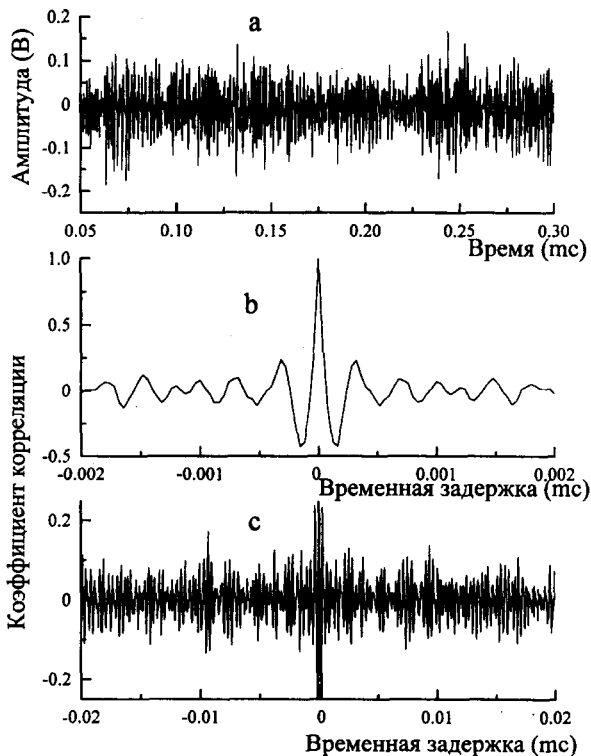


Рис.1. Стационарный временной сигнал (а) ионно-звуковой структурной плазменной турбулентности. Автокорреляционная функция сигнала а в двух временных масштабах (b,c). $H = 500$ Гц, $p = 3 \cdot 10^{-4}$ торр, $U_b = 120$ В, $I_b = 200$ мА.

ного момента времени s в плазме установки ТАУ-1. Автокорреляционная функция этого сигнала, вычисленная в произвольном интервале времени внутри данной реализации, приведена в двух временных масштабах на том же рисунке (b и c). Частотный интервал измерения от 300 кГц (ограничен фильтром низких частот для удаления дрейфовых колебаний) до ленгмюровской ионной частоты (в данном случае около 5 МГц). Этот рисунок иллюстрирует, во-первых, ионно-звуковой турбулентный сигнал как случайный вспыхивающий (а), во-вторых, указывает на присутствие в его автокорреляционной функции (b,c) длинной слаботухающей временной компоненты (шумовой сигнал в данном измерении не превышал 1%).

На рис.2 приведена зависимость логарифма отношения накопления ионно-звуковых турбулентных данных R к стандартному отклонению процесса приращение этих же данных S от логарифма времени измерения. Длина записи данных 64 тыс. точек. На том же рисунке приведены две прямые, соответствующие R/S -анализу для регулярного процесса (параметр Херста $H = 1$) и случайного процесса ($H = 0.5$). Наклон экспериментальной R/S -зависимости различен на трех временных интервалах. Первый временной интервал до 10 мкс соответствует выходу на стационарный уровень средней энергии турбулентного процесса [5], то есть процесс внутри этого интервала не является стационарным, поэтому параметр Херста не может быть определен. На следующем временном интервале от ~ 10 мкс до ~ 200 мкс (1 на рисунке), логарифм R/S прямо пропорционален логарифму времени наблюдения с параметром Херста $\sim 0.6 - 0.7$. Этот временной интервал соответствует характерному времени существования структур, обнаруженному в предыдущих экспериментах или характерному времени памяти между неслучайным их появлением

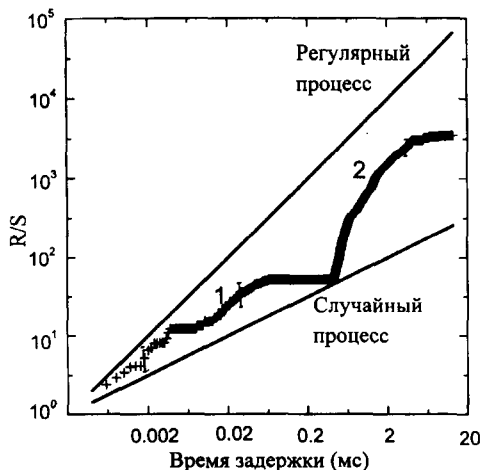


Рис.2. R/S -зависимость для флуктуационного сигнала. Длина реализации 64 тыс. точек. $H = 500$ Гс, $p = 3 \cdot 10^{-4}$ торр, $U_b = 120$ В, $I_b = 50$ мА

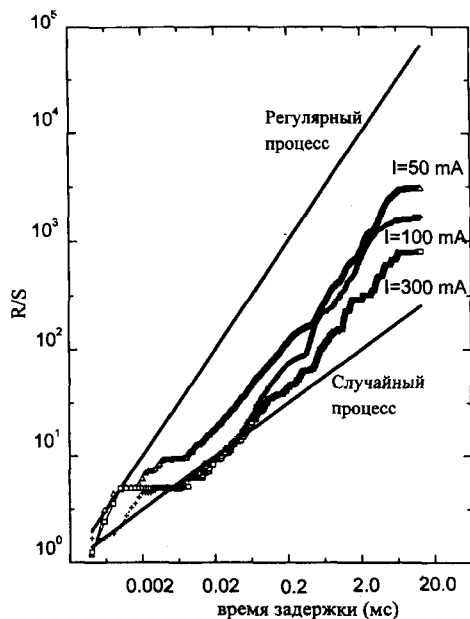


Рис.3. R/S -зависимости для флуктуационных сигналов при разных величинах токов эмиссии катода. Длина одной реализации 64 тыс. точек, усреднение по 5 реализациям. $H = 500$ Гс, $p = 3 \cdot 10^{-4}$ торр, $U_b = 120$ В

[5]. На временном интервале от ~ 0.2 мс до $\sim 1 - 2$ мс (2 на рисунке) логарифм R/S прямо пропорционален времени наблюдения с параметром Херста $\sim 0.7 - 0.8$. Этот временной интервал также был определен ранее [5], он отражает характерное время нелинейного взаимодействия между структурами. Среди множества измерений выбрана временная реализация, в которой существует резкий переход между этими интервалами, что может быть связано с влиянием интенсивной низкочастотной регулярной дрейфовой волны, недостаточно уменьшенной в данном измерении. Таким образом, наблюдаемый в плазме стационарный структурный ионно-звуковой турбулентный процесс не является случайным, поскольку параметр Херста превышает 0.5 во всем интервале наблюдения. И можно говорить, что данный процесс является автомодельным. Параметр автомодельности определяется двумя временными зависимостями: неслучайным появлением структур в турбулентности и нелинейным взаимодействием между этими структурами. Параметр автомодельности равен $\alpha = 0.6 - 0.8$ в тех временных интервалах наблюдения, пока определяющей является закономерность, задающая неслучайное возникновение структур. На больших интервалах наблюдения, когда появление структур можно рассматривать как случайное событие из-за множественности таких событий, параметр автомодельности уменьшается до $\alpha = 0.4$, и только закон их нелинейного взаимодействия позволяет сохранять память автомодельного процесса.

На рис.3 представлены зависимости, полученные R/S -анализом, для ионно-звуковых турбулентных сигналов при различных токах электронного пучка в плазме установки ТАУ-1. Чем больше ток пучка, тем больше искажение функции распределения электронов и, как уже отмечалось выше, тем дальше лежит возбуждение

ионно-звуковой структурной турбулентности от порога неустойчивости. Наклон экспериментальной R/S -зависимости различен для различных токов пучка: с увеличением тока (соответственно удалением от порога неустойчивости) R/S экспериментальный график приближается к прямой случайного процесса. Однако в эксперименте не удалось найти режима, в котором ионно-звуковая структурная турбулентность стала бы описываться не автомодельным вероятностным процессом, а случайным вероятностным процессом.

В настоящей экспериментальной работе показано, что структурная ионно-звуковая плазменная турбулентность является автомодельным стационарным вероятностным процессом. Параметр автомодельности определяется двумя временными закономерностями: неслучайным характером появления в плазме нелинейных ионно-звуковых солитонов и нелинейным взаимодействием между ними. При удалении от порога ионно-звуковой токовой неустойчивости случайный процесс стремится к гауссовому случайному процессу, но экспериментально такой предельный переход не был достигнут. Следует отметить, что ионно-звуковая структурная турбулентность, развивающаяся в стационарной плазме, может служить объектом, на котором возможна постановка модельных физических исследований по изучению свойств случайных вероятностных процессов с длинной памятью. Что же касается физического механизма, обеспечивающего память автомодельного процесса в ионно-звуковой структурной турбулентности, то ответить на него пока можно предположительно. Возможно, что автомодельные характеристики регистрируемых процессов определяются связью ионно-звуковых колебаний с дрейфовыми колебаниями замагниченной плазмы, чьи интенсивности значительно выше интенсивностей ионно-звуковых колебаний, а частоты лежат в интервале 10–80 кГц. Влияние формы спектра таких дрейфовых колебаний на плотность распределения вероятности изучаемой турбулентности было зафиксировано ранее [4], характерные времена таких колебаний в десятки и сотни раз больше характерных времен ионно-звуковых колебаний. Очевидно, что последнее обстоятельство требует соответствующего увеличения длительности временных реализаций для проведения исследований. В настоящее время такая задача поставлена и решение будет найдено в ближайшем будущем.

Авторы выражают благодарность Г.М.Батанову (ИОФАН, Москва), Б.Ф. ван Миллигену (СИМАТ, Мадрид) за участие в обсуждении результатов эксперимента, а также А.Е. Петрову за помощь в проведении эксперимента.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 98-02-16345).

1. Б.Б.Кадоццев, *Турбулентность плазмы*, М.: Наука, 1963.
2. А.С.Кенгисеп, *Введение в нелинейную физику плазмы*, М.: Издательство МФТИ, 1996.
3. М.Б.Бабыкин, П.П.Гаврин, Е.К.Завойский и др., *ЖЭТФ* **43**, 411 (1962).
4. A.A.Rukhadze, K.A.Sargsian, and N.N.Skvortsova, *J.de Physique IV*, **5**, C653 (1995).
5. К.А.Сарксян, Н.Н.Скворцова, Н.К.Харчев, Б.Ф.Миллиген, *Физика плазмы*, 1999, в.4, в печати.
6. A.H.Nielson, H.L.Pesceli, and J.J.Rasmussen, *Phys. Plasmas* **3**, 1530 (1996).
7. Н.Хастингс, Дж.Пикок, *Справочник по статистическим распределениям*, М.: Статистика, 1980.
8. Г.М.Батанов, Л.М.Коврижных, Л.В.Колик и др., *Труды ФИАН* **160**, 122 (1985).
9. А.Н.Колмогоров, *Доклады АН СССР* **30**, 299 (1941).
10. Ф.Хампель, Э.Рончетти, П.Рауччеу, В.Штаель, *Робастность в статистике. Подход на основе функции влияния*, М.: Мир, 1989.
11. B.A.Carreras, B. van Milligen, M.A.Pedrosa et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4438 (1998).